



Propagazione del calore nel suolo

Francesco De Martin

Studente della laurea triennale in fisica presso Units

Risultati del tirocinio svolto presso CRMA-ARPA FVG nell'autunno 2019

Perché svolgere un tirocinio presso il CRMA?

1. Per colmare i tre crediti formativi (75 h) richiesti dall'Università per completare il percorso di laurea triennale in fisica
2. Perché il CRMA si occupa di fisica dell'atmosfera, settore della fisica a cui sono molto appassionato
3. Per conoscere meglio dall'interno un ente pubblico, che potrebbe in futuro diventare il mio posto di lavoro

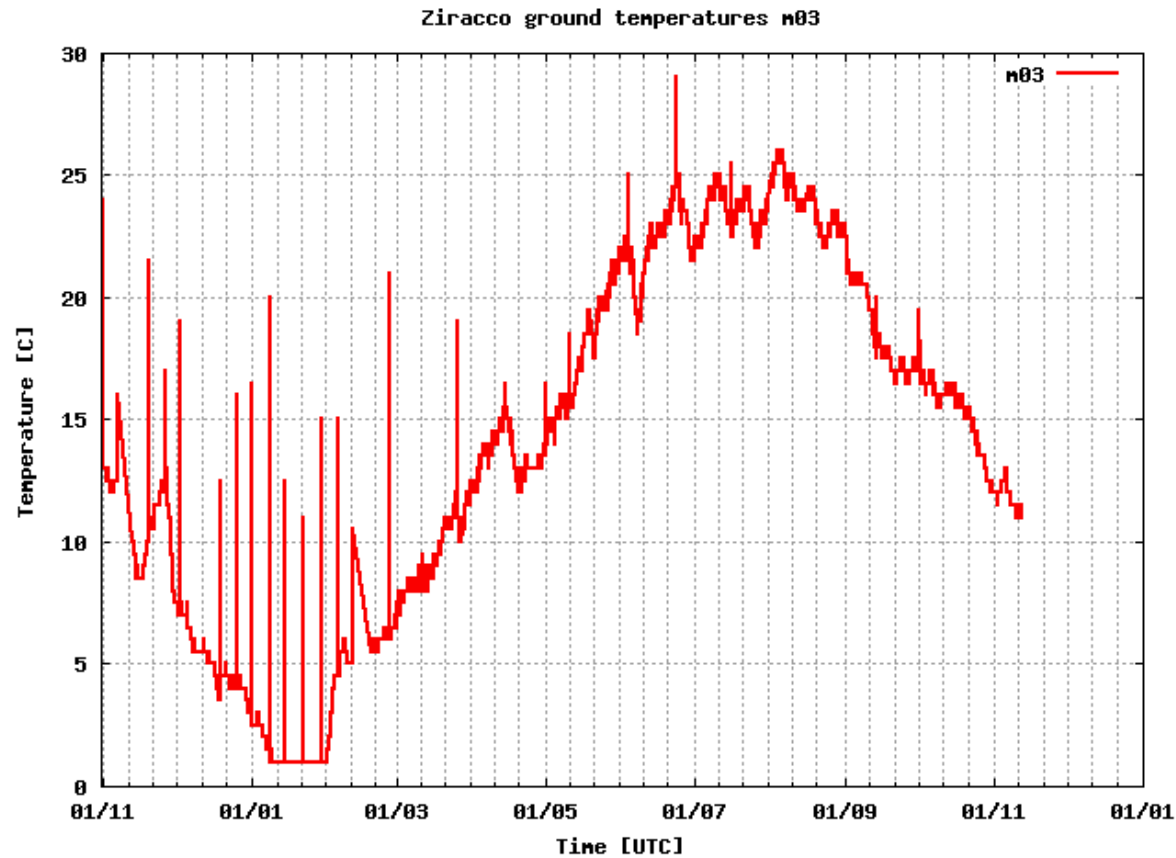
Obiettivi del tirocinio

- Studiare la trasmissione nel terreno dell'energia solare assorbita dalla superficie planetaria.
- Elaborare una serie di misure e confrontarla con un modello teorico sviluppato

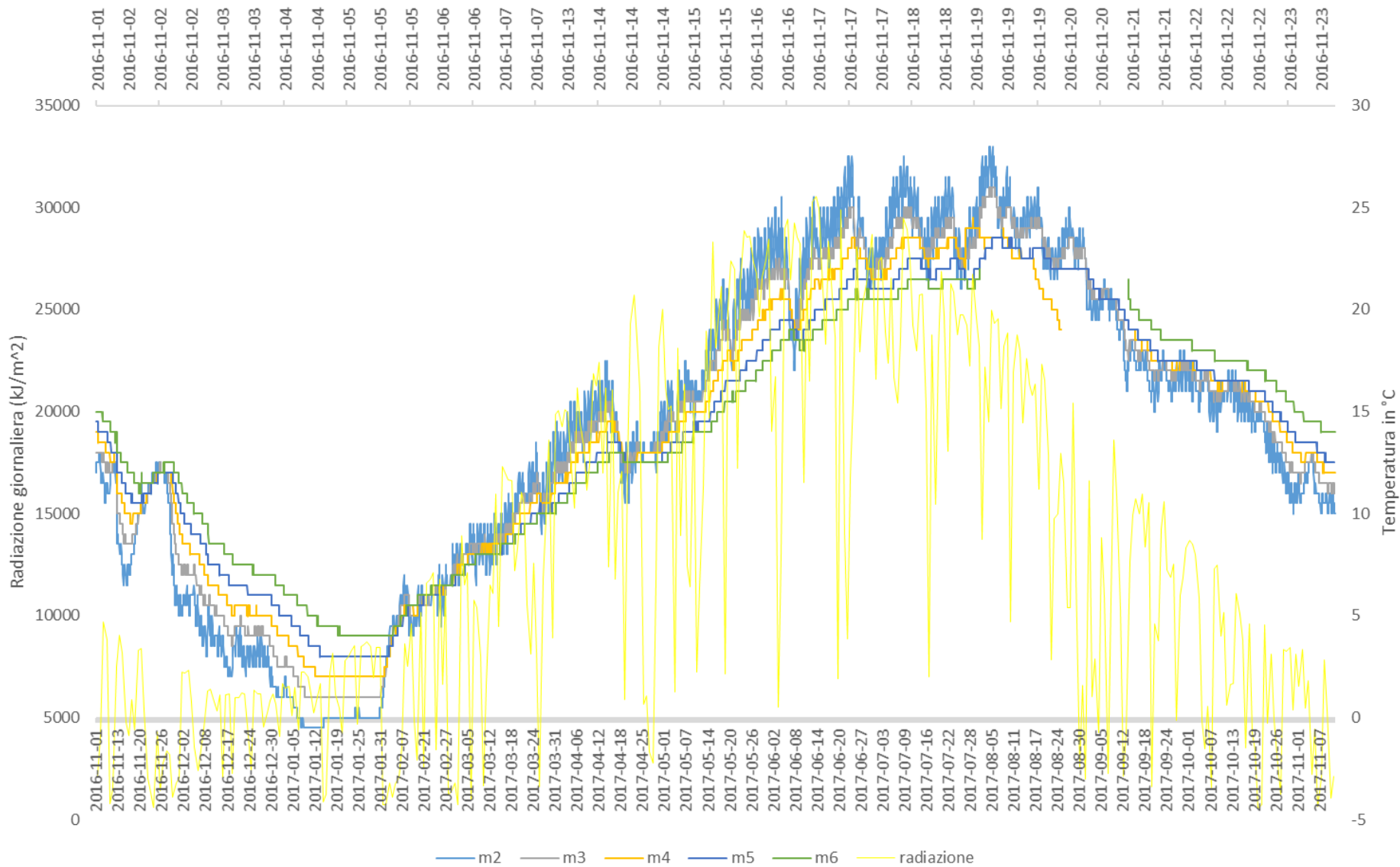
Strumentazione utilizzata nella raccolta dati



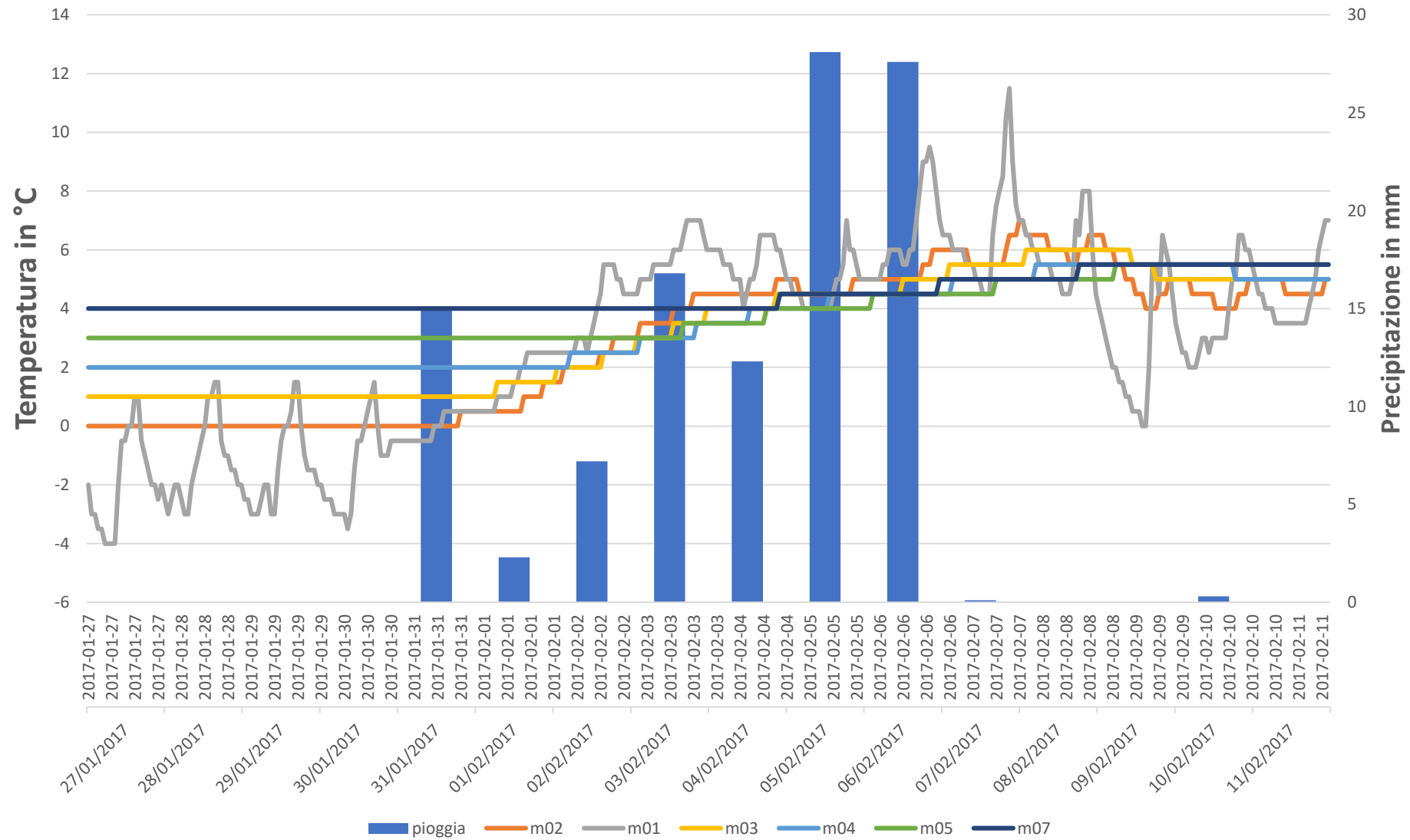
Validazione delle misure



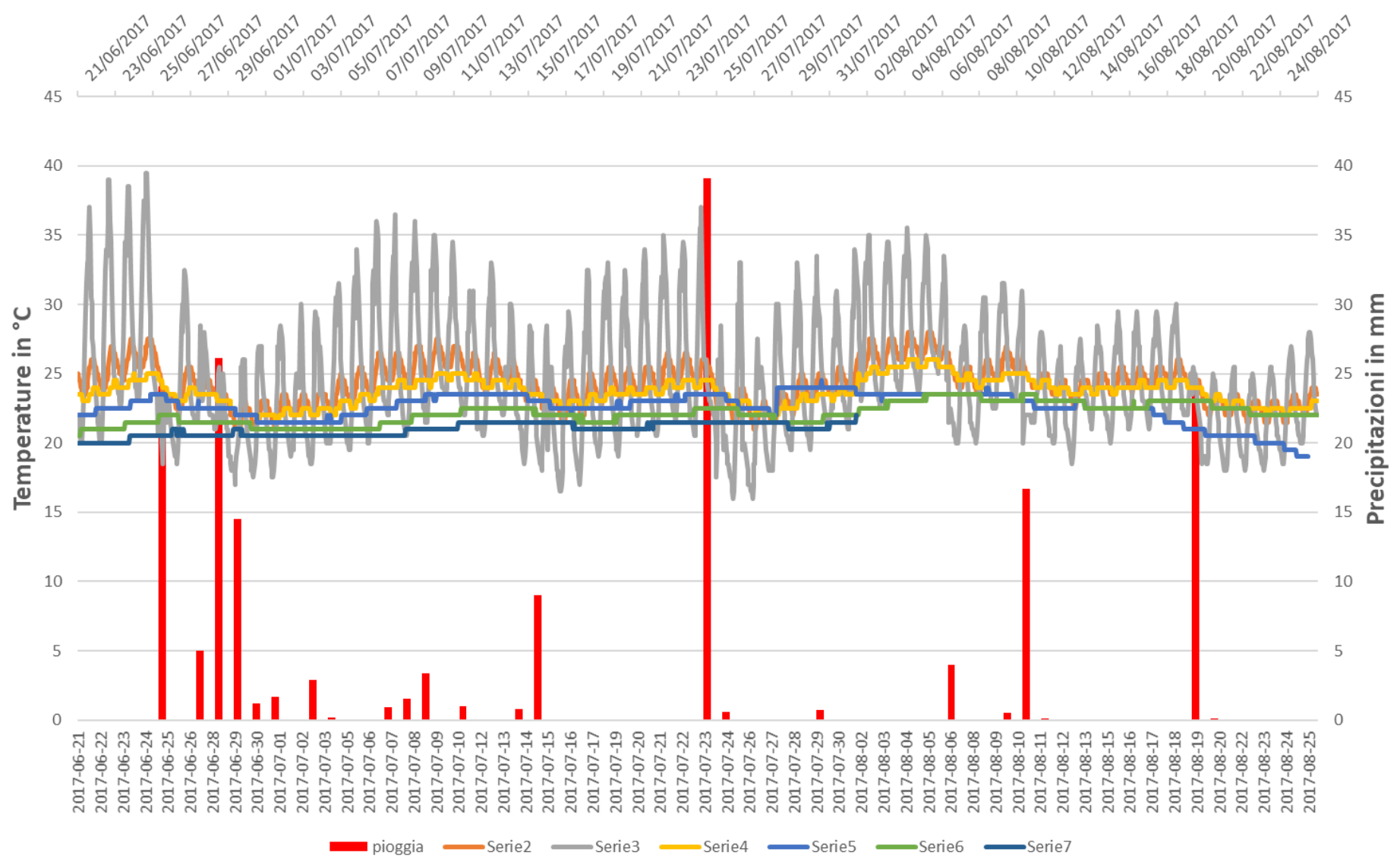
Temperatura sottosuolo e radiazione



Gennaio-Febbraio



Zoom Periodo estivo



Modello teorico: ipotesi

1. **Conservazione dell'energia:** supponiamo il terreno non compia lavoro

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta L$$

$$\Delta L = 0$$

Modello teorico: ipotesi

2. Terreno è un **mezzo continuo** con una densità $\rho(x, y, z, t)$
3. Flusso di calore attraverso una superficie S è proporzionale a meno il gradiente di Temperatura (**Legge di Fourier**)

$$\Delta Q = \iint -\alpha \nabla T \cdot \bar{n} d\sigma \cdot \delta t$$

α **coefficiente di conducibilità** del terreno

Equazione del trasporto del calore

Equazione tridimensionale

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha}{C_v \rho} \nabla^2 T = 0$$

Equazione unidimensionale

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha}{C_v \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Costante dell'equazione

Si definisce la costante k:

$$k = \frac{\alpha}{C_v \rho}$$

Che ha dimensioni:

$$[k] = [L]^2 [t]^{-1}$$

Descrive le proprietà del terreno, tra cui la conducibilità termica

Soluzione generale

Attraverso il metodo della separazione di variabili si ricava la soluzione generale:

$$T(z, t) = \left[A_+ e^{\frac{i(a+ib)z}{\sqrt{k}}} + A_- e^{\frac{-i(a+ib)z}{\sqrt{k}}} \right] B_0 e^{(a^2 - b^2 + 2iab)t} + T_0$$

Condizioni al contorno

- In profondità la temperatura tende ad un valore costante, che è pari alla temperatura media annua superficiale T_a

$$\lim_{z \rightarrow \infty} T(z, t) = T_a$$

- In superficie la temperatura descrive un'oscillazione annua dovuta alla forzante radiativa solare:

$$\lim_{z \rightarrow 0} T(z, t) = \Delta T_a e^{i\omega_a t} + T_a$$

Dove ΔT_a è l'ampiezza dell'oscillazione annua e ω_a è la sua frequenza.

Soluzione

$$T(z, t) = \Delta T_a \cos \left(-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z - \omega_a t + \varphi \right) e^{-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z} + T_a$$

- φ è una fase dipendente dal periodo dell'anno calcolata rispetto al picco estivo di temperatura
- Si osserva che l'oscillazione della temperatura è smorzata con la profondità in maniera esponenziale di un fattore $\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z$, e a profondità maggiori l'oscillazione annua è sfasata dello stesso fattore $\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z$

Verifica del modello-sfasamento

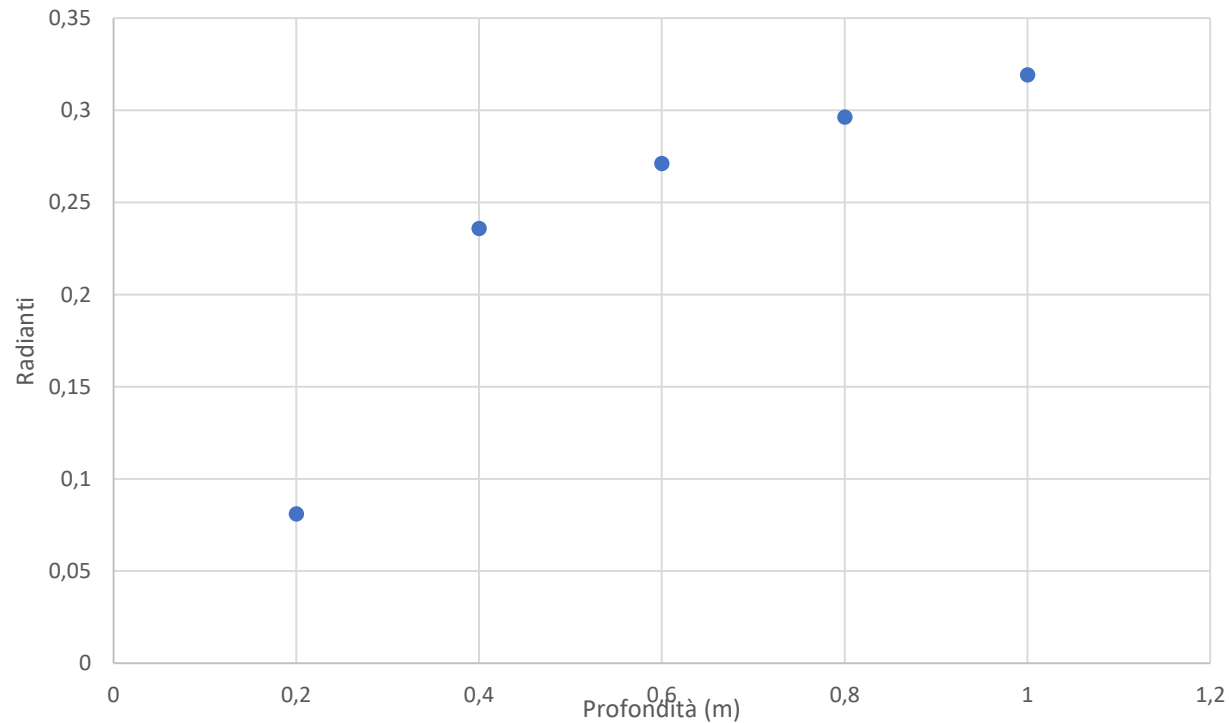
$$T(z, t) = \Delta T_a \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z - \omega_a t + \varphi\right) e^{-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z} + T_a$$

- Si sono calcolati gli intervalli di tempo di sfasamento tra uno livello e l'altro del terreno (sfruttando punti di massimo e di minimo) e si è verificato che l'andamento in funzione della profondità fosse lineare.

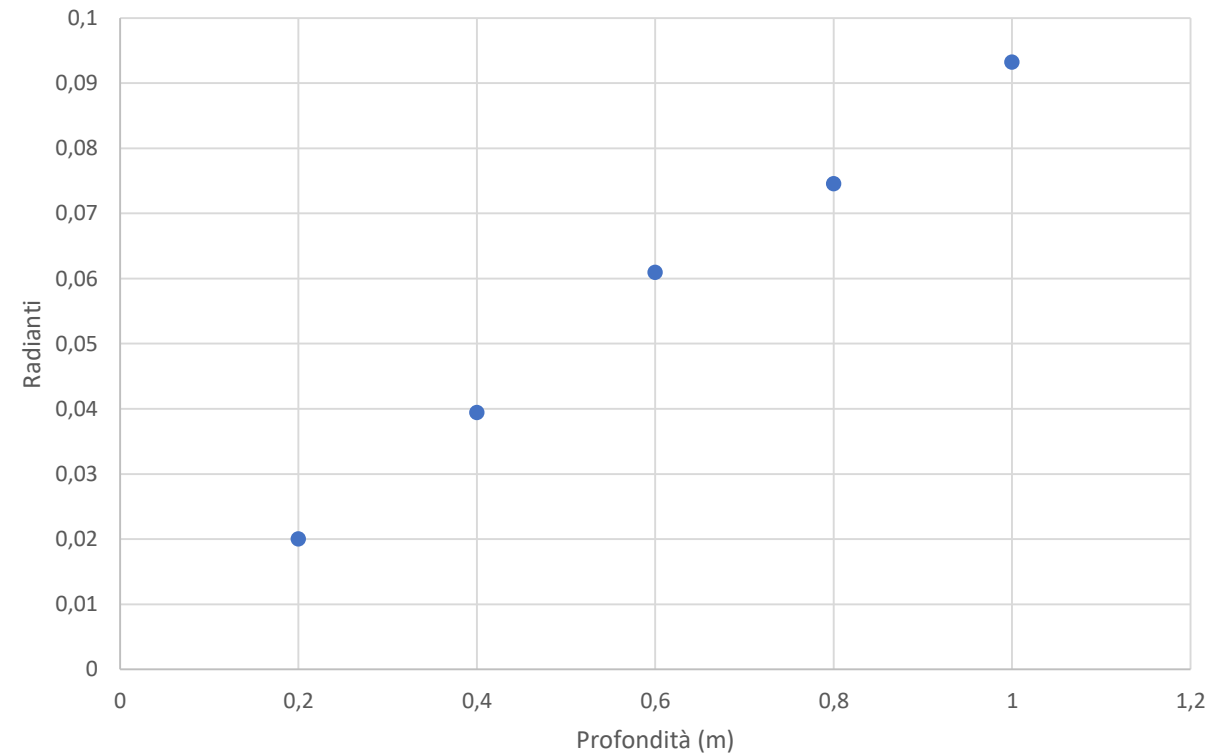
$$\varphi_z = -\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z$$

Verifica del modello-sfasamento

07-25 gennaio



08 agosto-14 agosto



Verifica del modello-stima di k

METODO	Periodo	Stima di k (m^2/s)
SFASAMENTO	INVERNO	5.3×10^{-6}
	ESTATE	1.1×10^{-5}

Verifica del modello-decrescita esponenziale

$$T(z, t) = \Delta T_a \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z - \omega_a t + \varphi\right) e^{-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z} + T_a$$

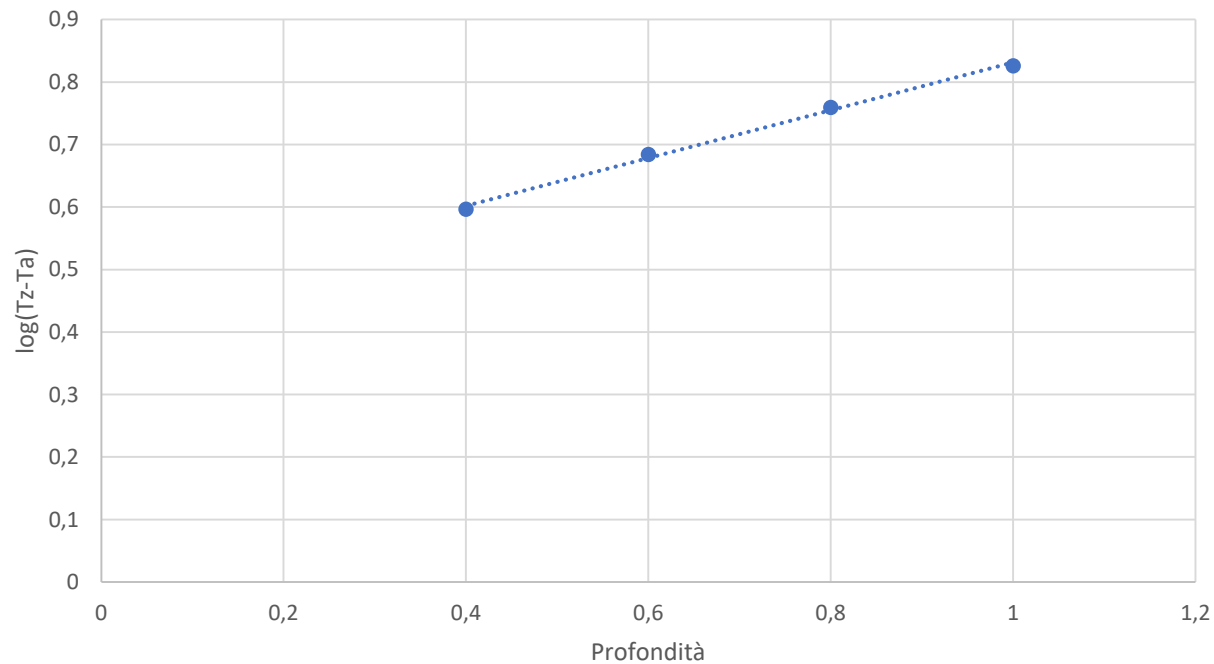
- Attorno al punto di massimo e di minimo annuo sono state calcolate le temperature medie per ogni strato, su un intervallo temporale di 10 giorni, centrato sul punto di massimo o minimo. Passando al logaritmo, la relazione attesa è di tipo lineare.

$$\log(\overline{T(z)} - T_a) = C - \sqrt{\frac{\omega_a}{2k}} z$$

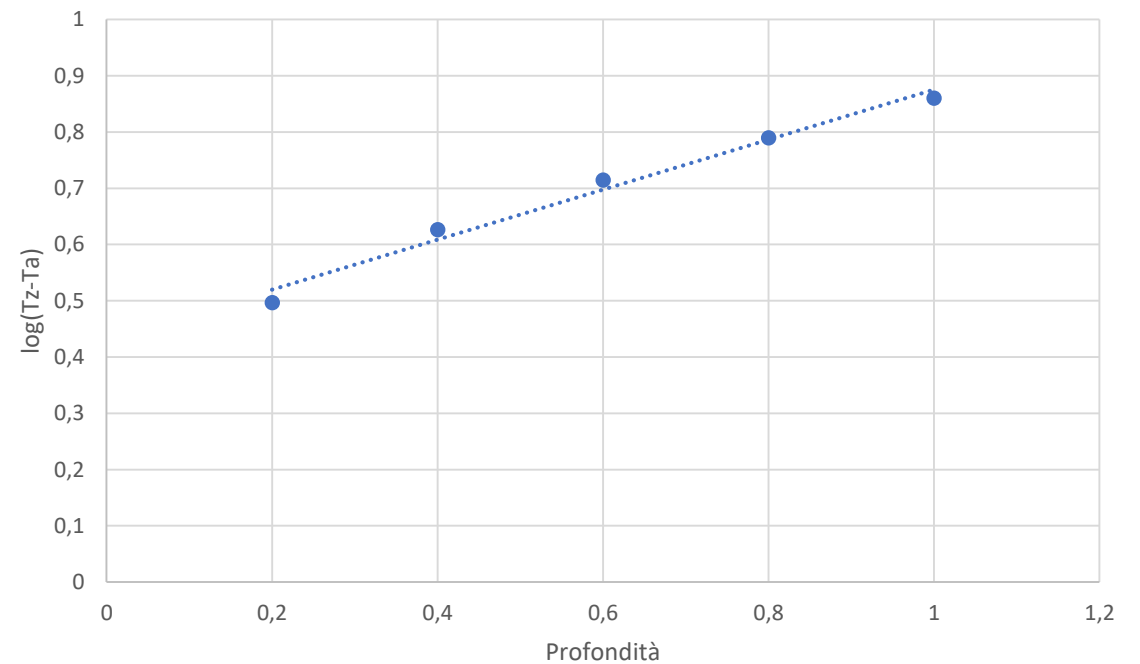
Dove $\overline{T(z)}$ è la media temporale della temperatura

Verifica del modello-decrescita esponenziale

INVERNO



ESTATE



Verifica del modello-stima di k

METODO	Periodo	Stima di k (m^2/s)
SFASAMENTO	INVERNO	5.3×10^{-6}
	ESTATE	1.1×10^{-5}
DECRESITA ESPONENZIALE	INVERNO	6.8×10^{-7}
	ESTATE	5.0×10^{-7}

Conducibilità termica terreno

$$\alpha = k\rho C_v$$

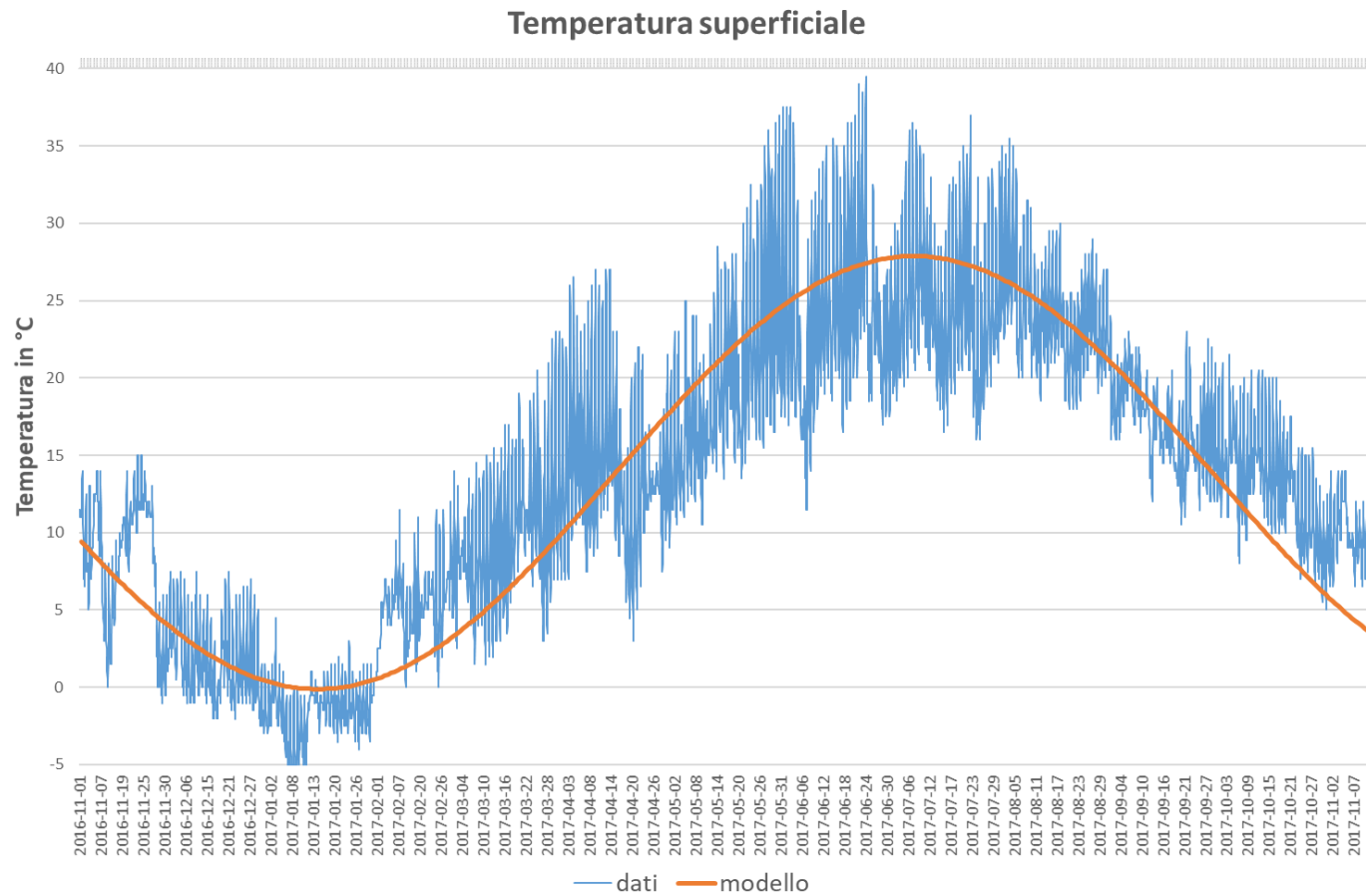
METODO	Periodo	Stima di alfa (W/mK)
SFASAMENTO	INVERNO	6.36
	ESTATE	13.2
DECRESITA ESPONENZIALE	INVERNO	0.82
	ESTATE	0.60

Conducibilità termica terreno

Soil, dry with organic matter	0.15 ^[5] [106]-1.15 ^[106] -2 ^[5]
Soil, saturated	0.6 ^[5] -4 ^[5]

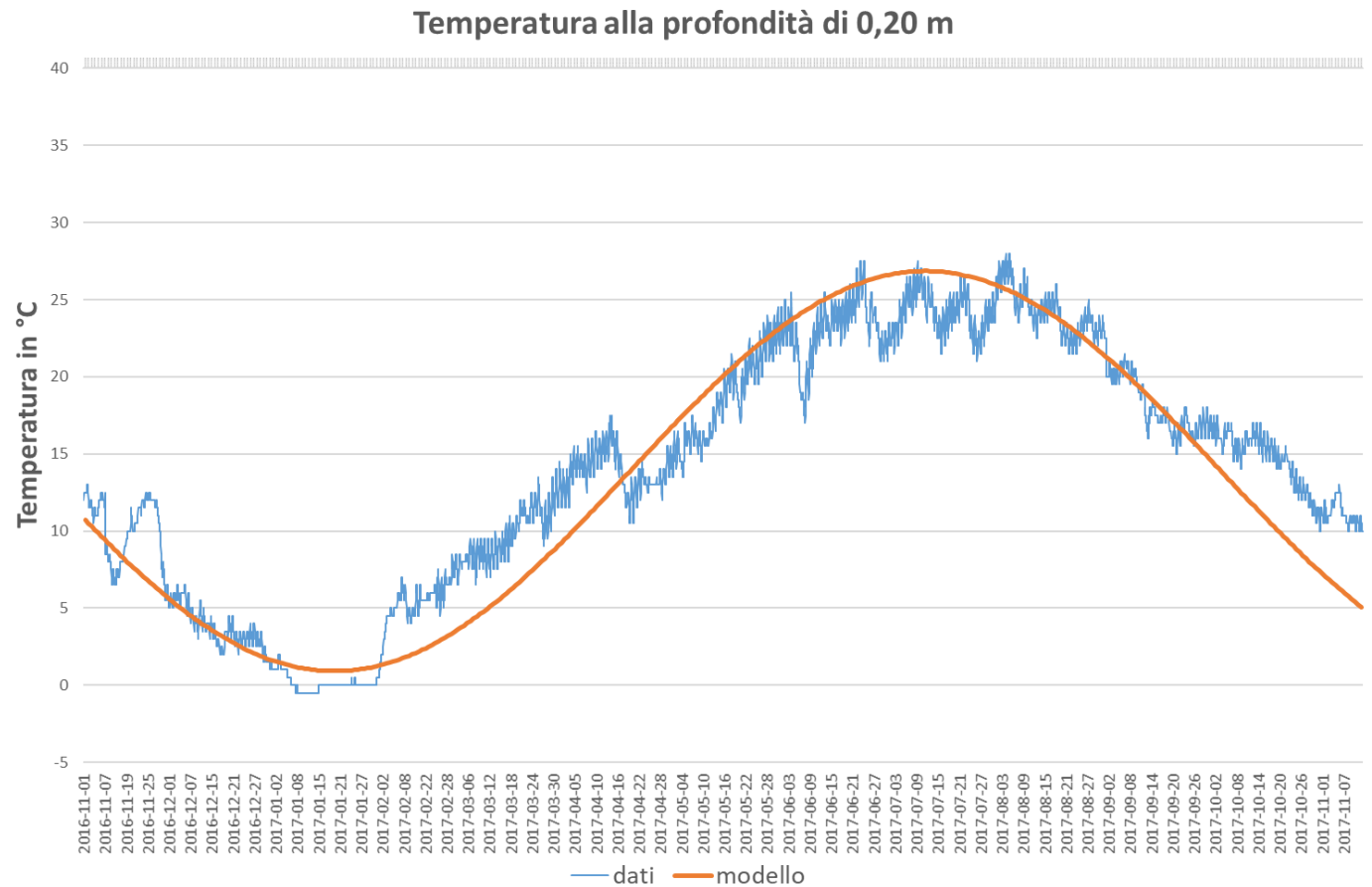
- Unità di misura $Wm^{-1}K^{-1}$
- Fonte English Wikipedia:
https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_thermal_conductivities
- Un terreno saturo può raddoppiare la propria conducibilità
- I valori stimati con il metodo dello sfasamento risultano sovrastimati

Output modello e confronto misure



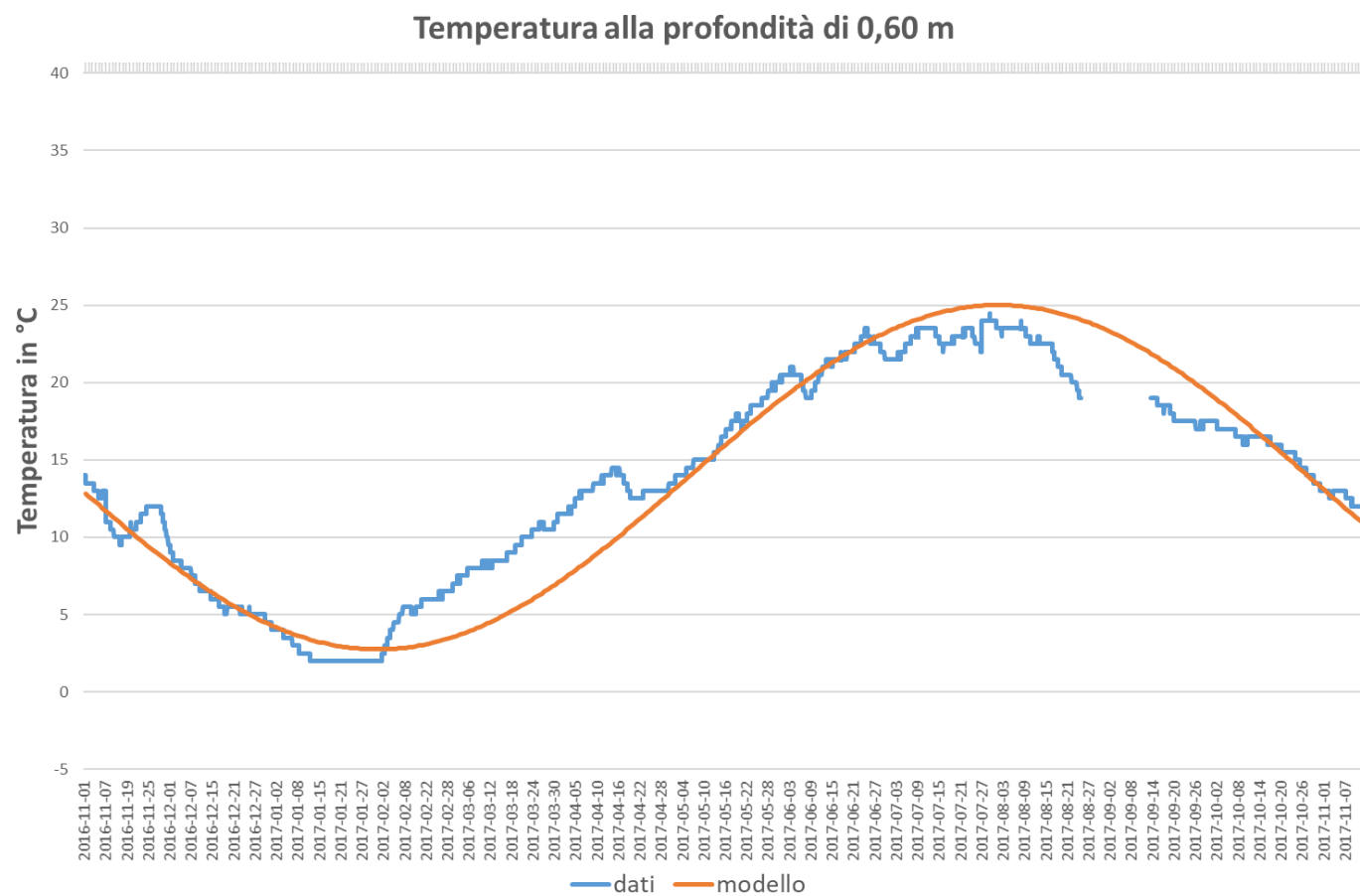
PARAMETRO	VALORE
z	0 m
α	$0.82 \frac{W}{mK}$
T_a	13.88°C
ΔT	14°C

Output modello e confronto misure



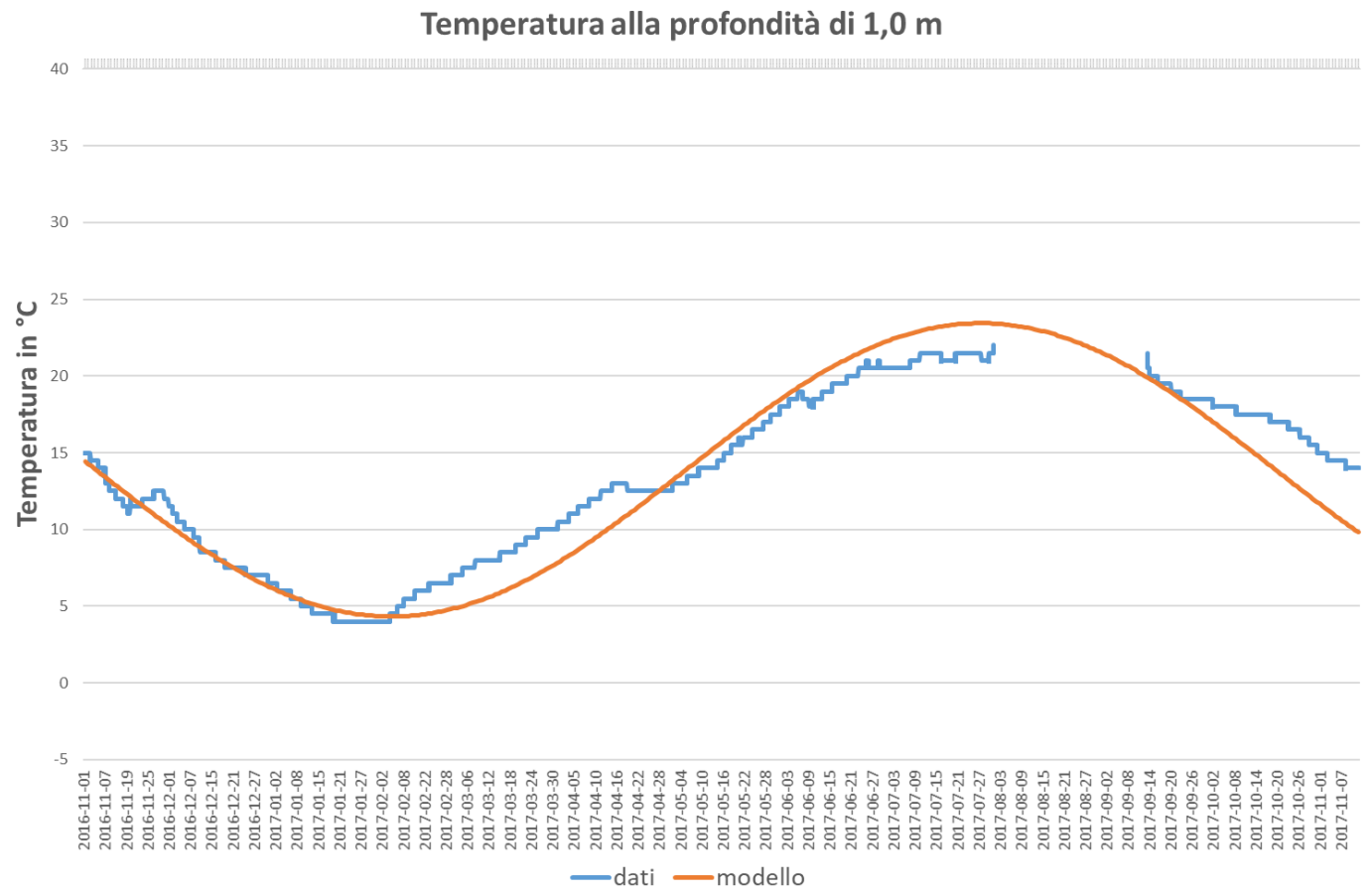
PARAMETRO	VALORE
z	0.2 m
α	$0.82 \frac{W}{mK}$
T_a	13.88°C
ΔT	14°C

Output modello e confronto misure



PARAMETRO	VALORE
z	0.6 m
α	$0.82 \frac{W}{mK}$
T_a	13.88°C
ΔT	14°C

Output modello e confronto misure



PARAMETRO	VALORE
z	1.0 m
α	$0.82 \frac{W}{mK}$
T_a	13.88°C
ΔT	14°C

Aggiunta della forzante indotta dalla radiazione giornaliera

In superficie la temperatura descrive un'oscillazione annua modulata anche dall'oscillazione giornaliera:

$$\lim_{z \rightarrow 0} T(z, t) = T_a + \Delta T_a e^{i\omega_a t} + \Delta T_g e^{i\omega_g t}$$

Dove ω_g è la frequenza di oscillazione giornaliera e ΔT_g l'ampiezza di tale oscillazione.

Soluzione con anche forzante giornaliera

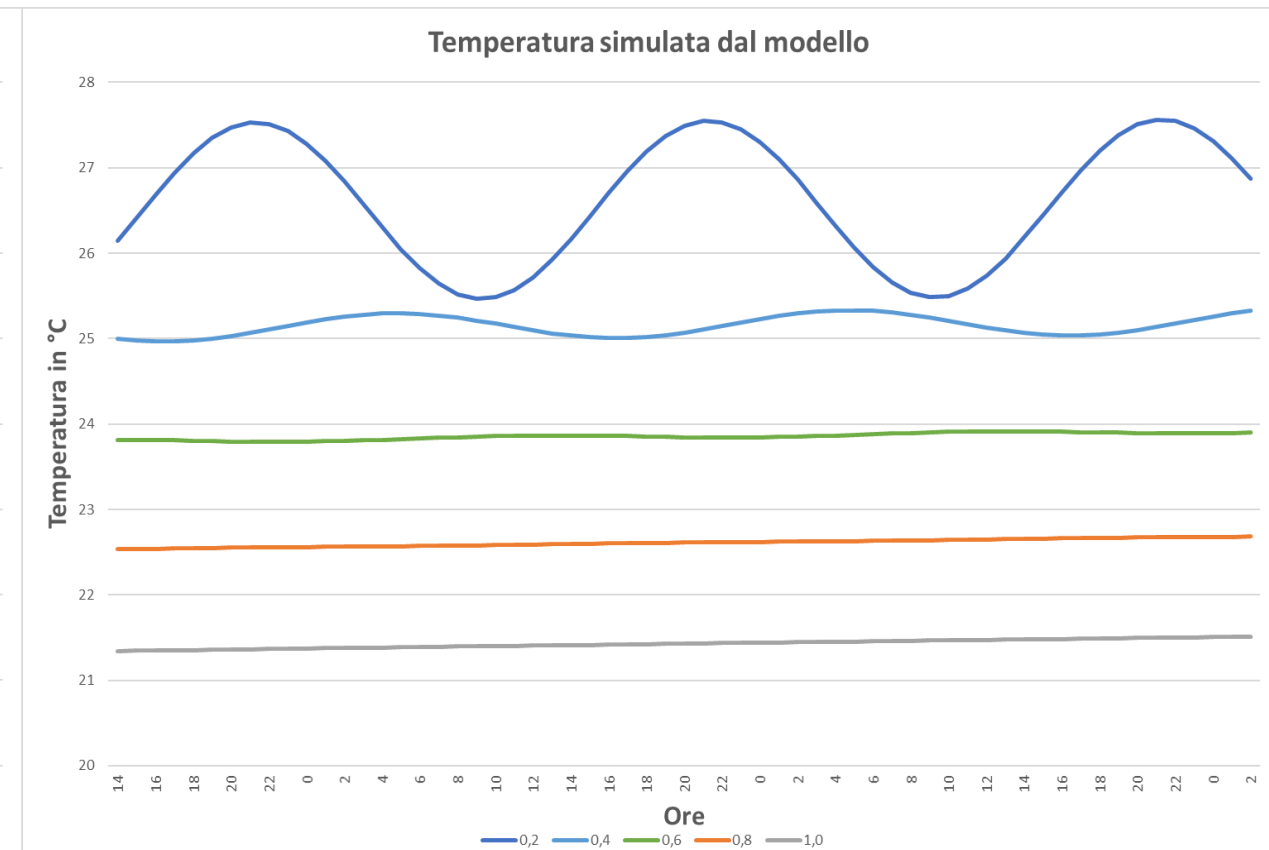
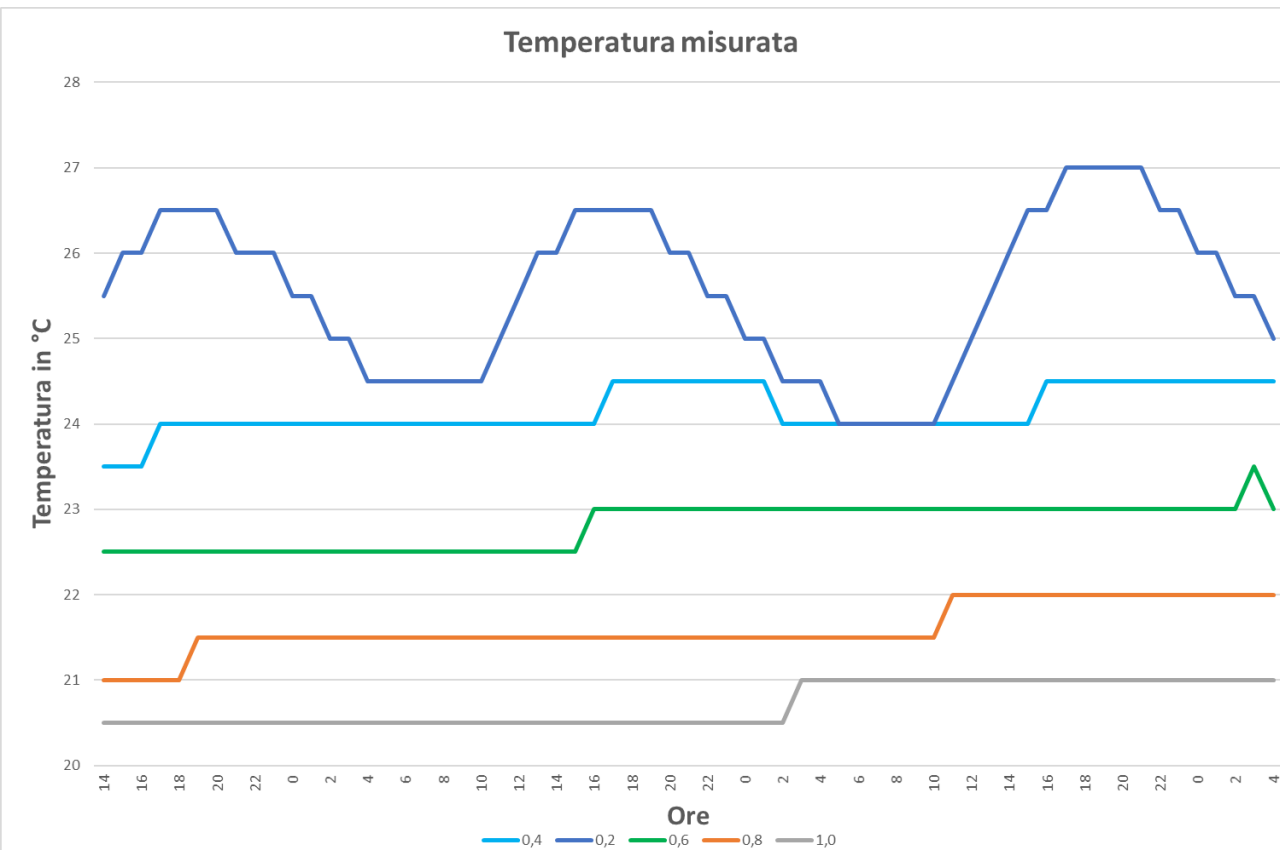
Poiché l'equazione differenziale è lineare, una combinazione lineare delle soluzioni è ancora una soluzione dell'equazione.

$$T(z, t) = \Delta T_a \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}}z - \omega_a t + \varphi_a\right) e^{-\sqrt{\frac{\omega_a}{2k}}z} + \Delta T_g \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega_g}{2k}}z - \omega_g t + \varphi_g\right) e^{-\sqrt{\frac{\omega_g}{2k}}z} + T_a$$

PARAMETRO	VALORE
α	0.48 W/mK
T_a	13.88°C
ΔT	14°C

Confronto misure e output del modello

PARAMETRO	VALORE
ΔT_g	7°C
φ_a	0
φ_g	0

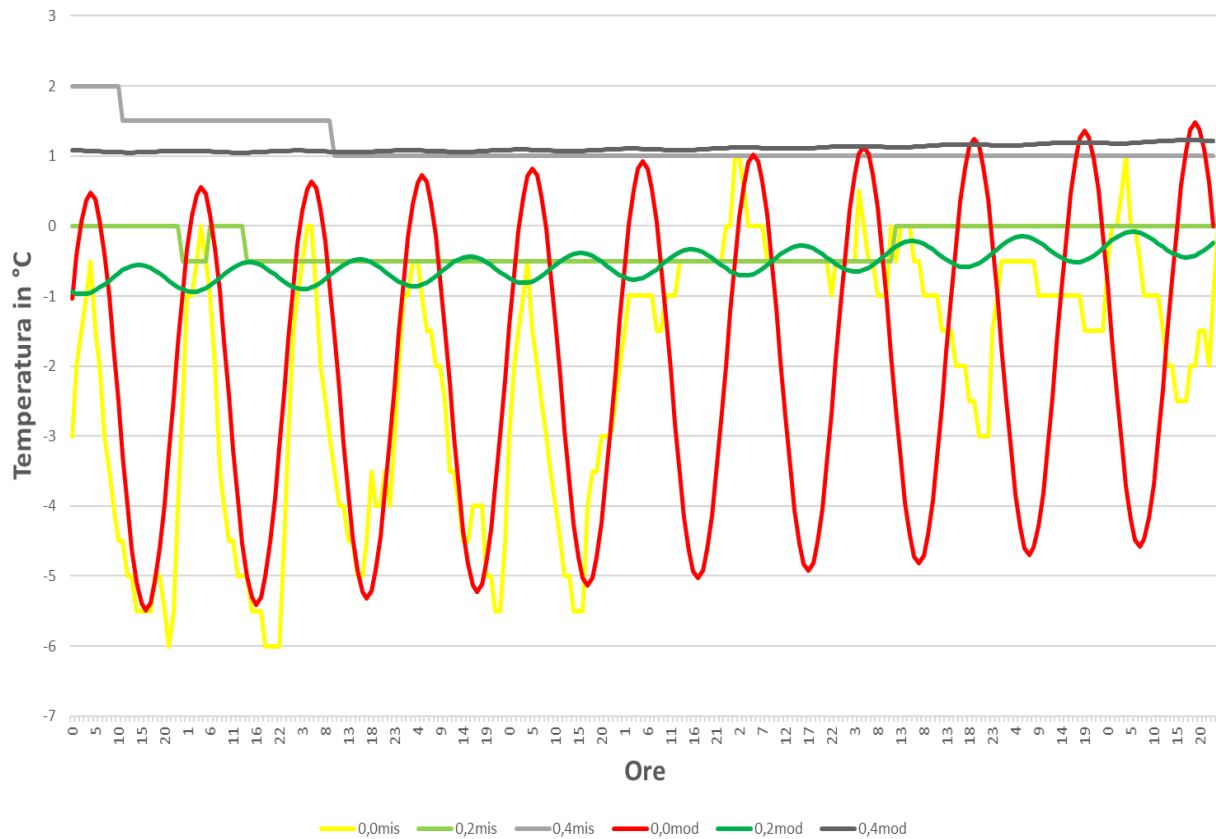


PARAMETRO	VALORE
α	0.24 W/mK
T_a	13.88°C
ΔT	17°C

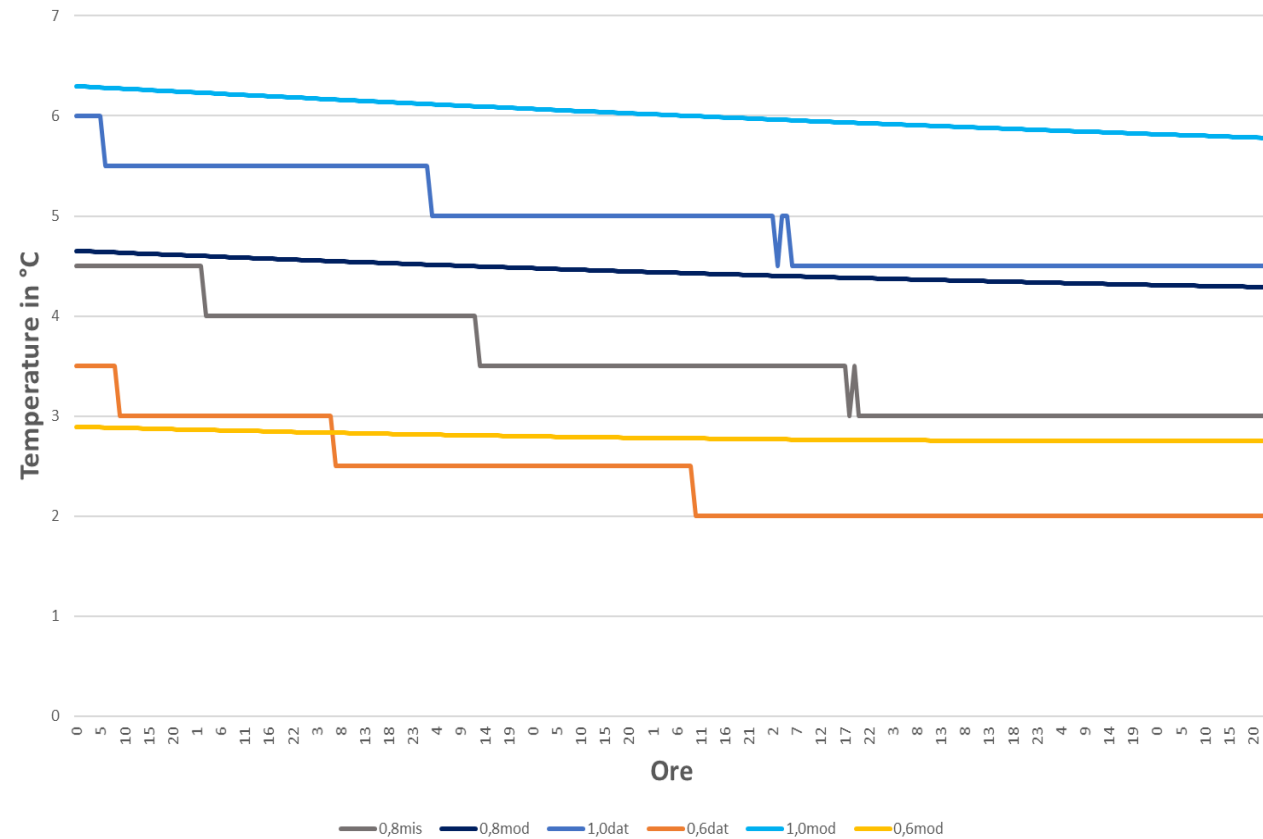
Confronto misure e output del modello

PARAMETRO	VALORE
ΔT_g	3°C
φ_a	2.41
φ_g	0.53

Confronto tra modello e misure tra 0 e 0,50 m di profondità



Confronto tra modello e misure tra 0,5 e 1,0 m di profondità

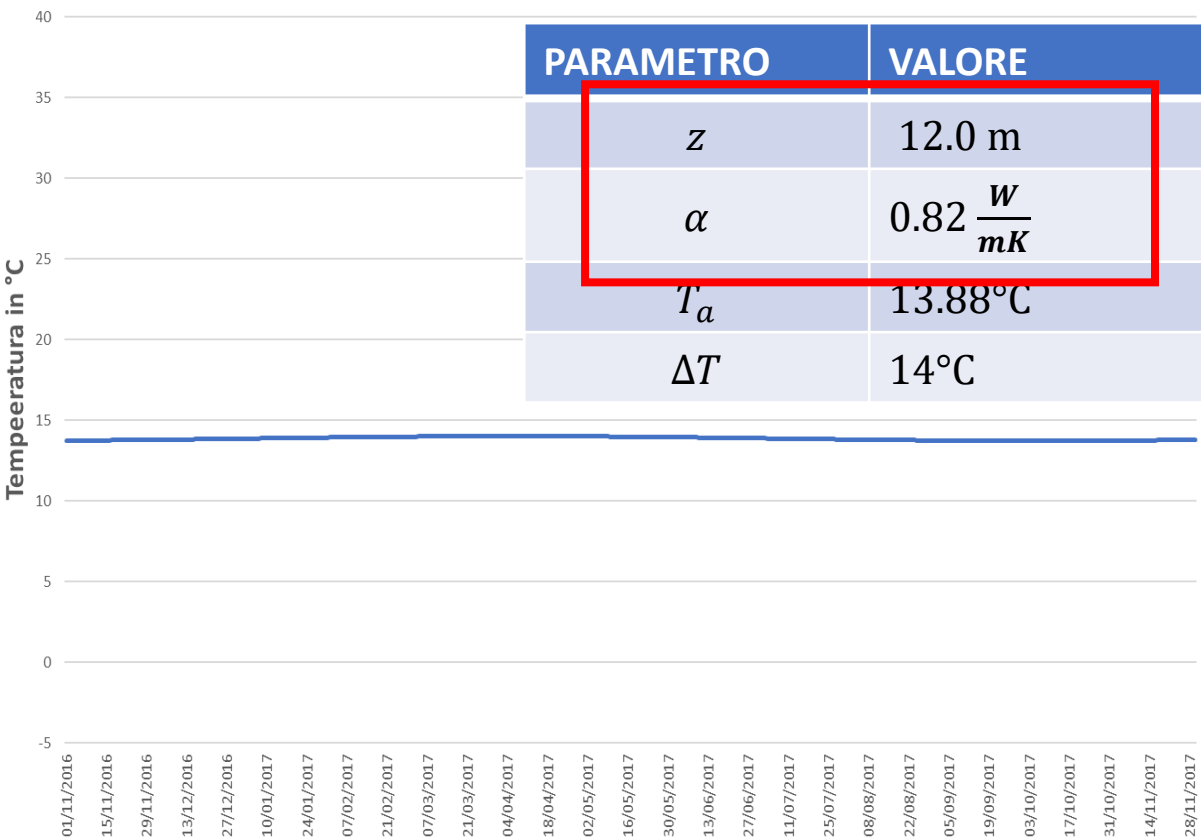


Curiosità: a che quota si raggiunge l'equilibrio termico?

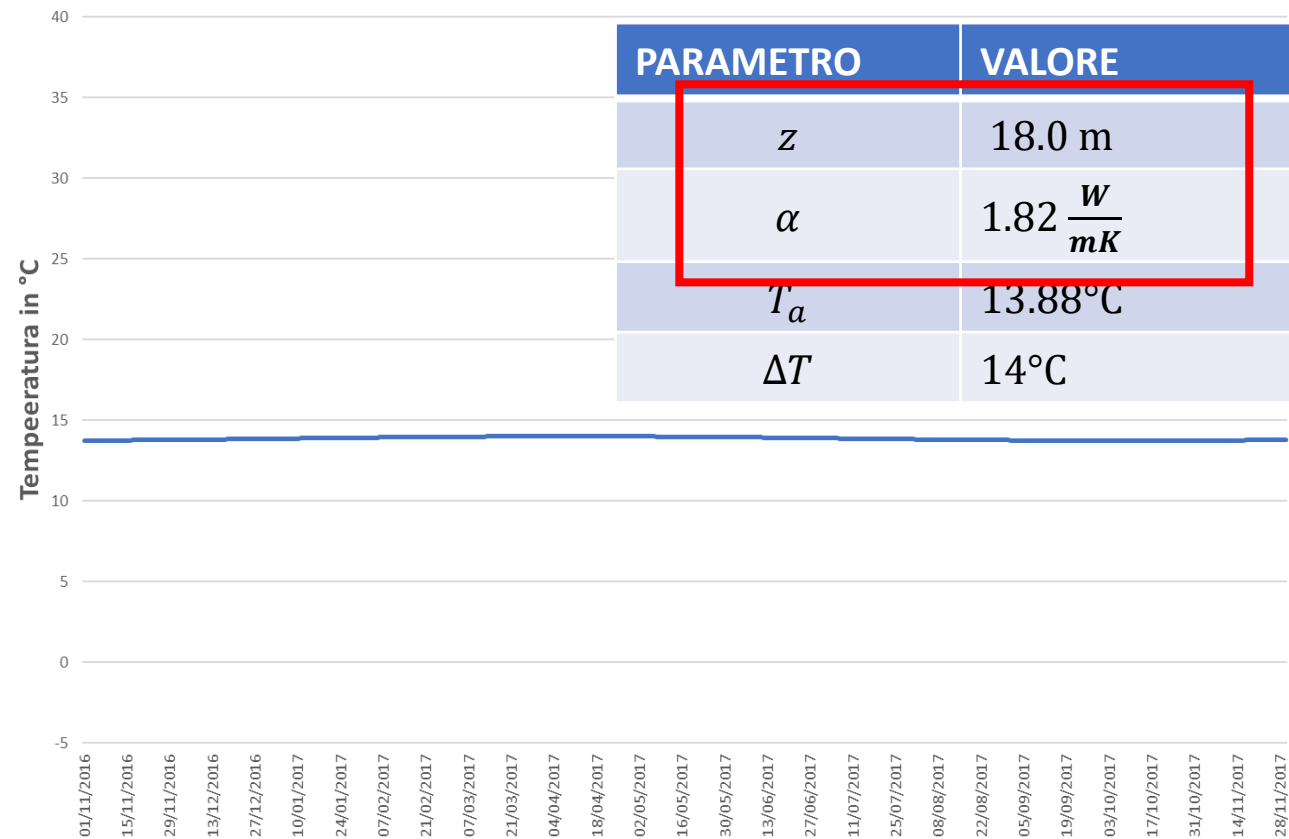
- Uno strato del terreno è considerato in equilibrio termico quando l'oscillazione annua non può essere percepita da uno strumento con sensibilità di 0.5°C
- Lo strato in cui si raggiunge l'equilibrio termico dipende dalla conducibilità termica del terreno, che probabilmente varia nei diversi strati

Equilibrio termico

Equilibrio termico



Equilibrio termico



Conclusioni

1. E' stato verificato che il modello teorico sviluppato descrive correttamente la propagazione del calore nel suolo, seppur in maniera semplificata.
2. E' stato osservato che le caratteristiche del suolo cambiano durante l'anno: ad esempio nella stagione invernale la presenza di uno strato di ghiaccio superficiale cambia significativamente la propagazione del calore
3. Il valore del coefficiente di conducibilità del terreno studiato, si stima avere un valore compreso tra 0.5 e 0.9, con valori più bassi in presenza di ghiaccio.

Applicazioni del risultato e sviluppi futuri

1. Il coefficiente α calcolato può essere usato in altri modelli, anche di tipo meteorologico
2. Per arricchire il modello si potrebbe introdurre il contributo delle piogge: la saturazione del terreno infatti è stato osservato che cambia drasticamente le modalità di propagazione del calore.



Grazie per l'attenzione

Francesco De Martin